La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2018-2019	**Matemáticas 1** *(1º B y C)*		
	2ª Evaluación	Recuperación 2	29 de marzo de 2019
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: 2puntos cada problema.

1--Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x & si\ x<2 \\ 2^x & si\ 2\leq x\leq 4 \\ x^2-1 & si\ x>4 \end{cases}$$

Estudia su continuidad y represéntala

2—Calcula los siguientes límites en los puntos que se indican:

a) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x+1}-\sqrt{x^2+7x-3})$

b) $\lim_{x\to+\infty}(\frac{x^2+1}{x-2}-\frac{x^2+2}{x-3})$

c) $\lim_{x\to 3}(\frac{2x+2}{x^2-9})$

d) $\lim_{x\to 3}(\frac{x+3}{x^2-4})$

3--

Dadas las funciones:

$$f(x)=\frac{x+1}{x-5} \qquad g(x)=3x+1$$

Obtén:

a) f^{-1} b) f o g c) g of

4-- Estudia las asíntotas de la función $g(x)=\frac{x^2-2}{x+1}$

5-- Calcula el dominio de la función: a) $f(x)=\sqrt{\frac{x-7}{x^2-4}}$

1)

$\underline{x < 2}$: f es continua, por ser una función lineal.

$\underline{x = 2}$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} 2x = 4 \\ \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} 2^x = 4 \\ f(2) = 2^2 = 4 \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = f(2)$$

$$\Downarrow$$

f es continua en $x = 2$

$\underline{2 < x < 4}$: f es continua, por ser una función exponencial.

$\underline{x = 4}$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 4} 2^x = 16 \\ \lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 4} (x^2 - 1) = 15 \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to 4^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 4^+} f(x)$$

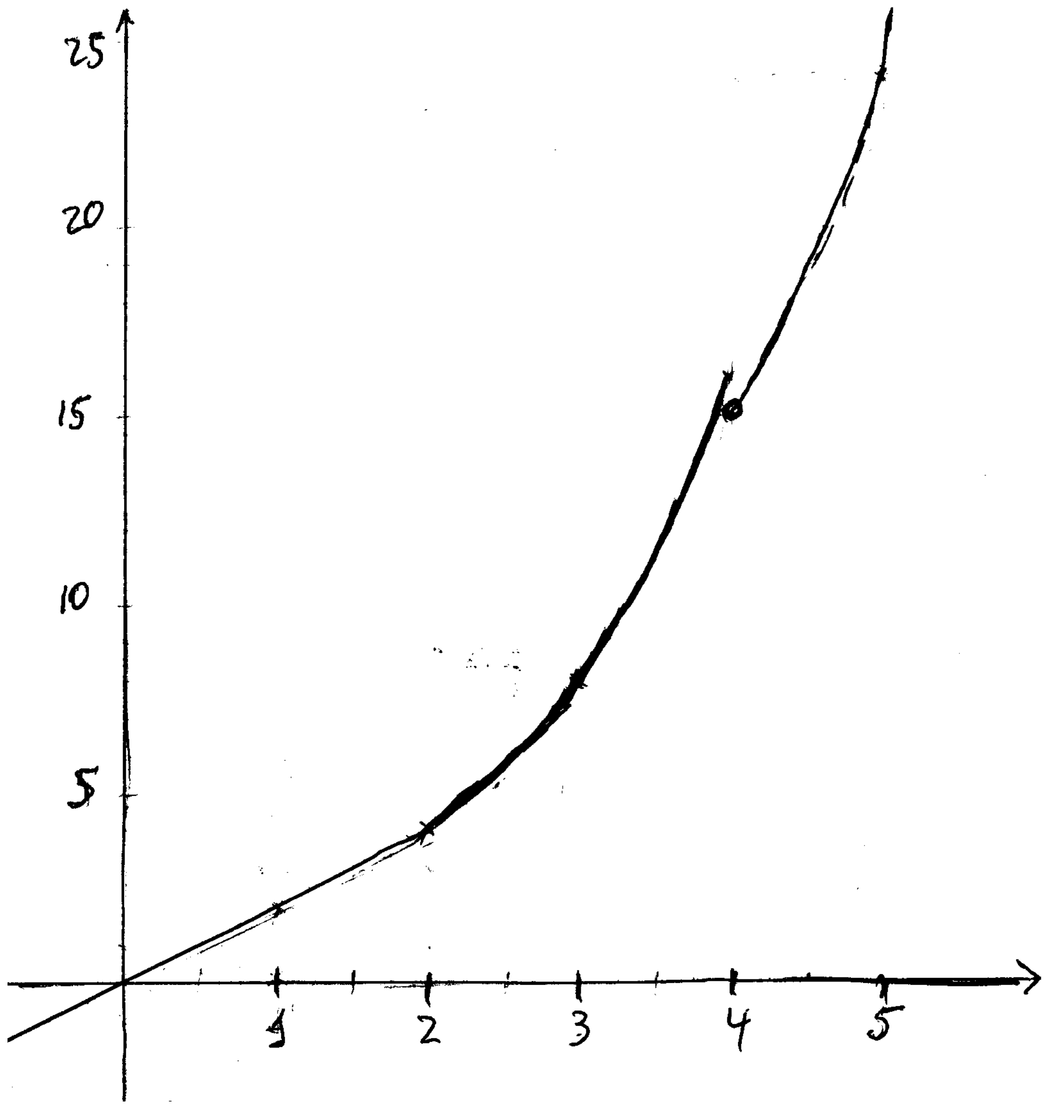
$$\Downarrow$$

f no es continua en $x = 4$

discontinuidad de salto finito

$\underline{x > 4}$: f es continua por ser una función polinómica.

Conclusión: f es continua en todo su dominio, menos en $x = 4$ $(\mathbb{R} - \{4\})$, donde presenta una discontinuidad de salto finito.



25
20
15
10
5
1
2
3
4
5

2)

$[\infty - \infty]$

a) $$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2-3x+1} - \sqrt{x^2+7x-3}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-3x+1} + \sqrt{x^2+7x-3}\right)}{\sqrt{x^2-3x+1} + \sqrt{x^2+7x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1-(x^2+7x-3)}{\sqrt{x^2-3x+1} + \sqrt{x^2+7x-3}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-10x+4}{\sqrt{x^2-3x+1} + \sqrt{x^2+7x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-10x+4}{\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-10x+4}{2x} =$$

$$-\frac{10}{2} = \boxed{-5}$$

b) $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{x^2+2}{x-3}\right) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to\infty} \frac{(x^2+1)(x-3)-(x-2)(x^2+2)}{(x-2)(x-3)} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-3x^2+x-3-(x^3+2x-2x^2-4)}{x^2-3x-2x+6} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x^2-x+1}{x^2-5x+6} = \boxed{-1}$$

c) $$\lim_{x\to 3} \left(\frac{2x+2}{x^2-9}\right) = \left[\frac{8}{0}\right] \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x\to 3^-} \frac{2x+2}{x^2-9} = \left[\frac{8}{0^-}\right] = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x\to 3^+} \frac{2x+2}{x^2-9} = \left[\frac{8}{0^+}\right] = +\infty \end{array}}$$

d) $$\lim_{x\to 3} \left(\frac{x+3}{x^2-4}\right) = \boxed{\frac{6}{5}}$$

---

3) $f(x) = \frac{x+1}{x-5}$ $\quad g(x) = 3x+1$

a) $y = \frac{x+1}{x-5} \Rightarrow yx - 5y = x+1 \Rightarrow x(y-1) = 5y+1 \Rightarrow x = \frac{5y+1}{y-1}$

Así $\boxed{f^{-1}(x) = \frac{5x+1}{x-1}}$

b) $(f\circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+1) = \frac{3x+1+1}{3x+1-5} = \boxed{\frac{3x+2}{3x-4}}$

c) $(g\circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+1}{x-5}\right) = 3\,\frac{x+1}{x-5}+1 = \frac{3x+3}{x-5}+1 = \frac{3x+3+x-5}{x-5} = \boxed{\frac{4x-2}{x-5}}$

4) $f(x) = \dfrac{x^2-2}{x+1}$

A. verticales: $x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2-2}{x+1} = \left[\frac{-1}{0^-}\right] = +\infty$$

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2-2}{x+1} = \left[\frac{-1}{0^+}\right] = -\infty$$

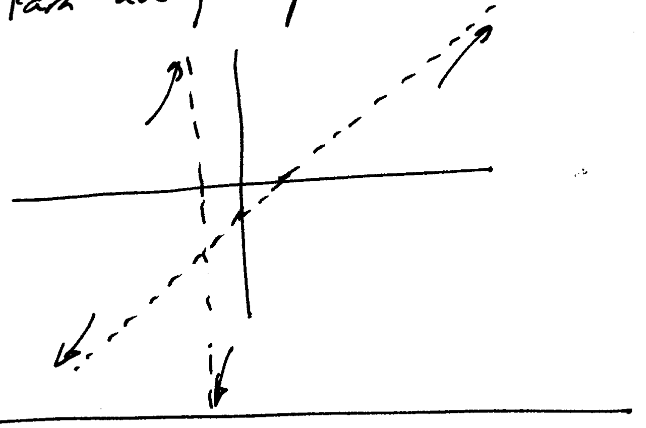
A. Oblicuas: $m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-2}{x^2+x} = 1$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-2}{x+1} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-2-x^2-x}{x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x-2}{x+1} = -1$$

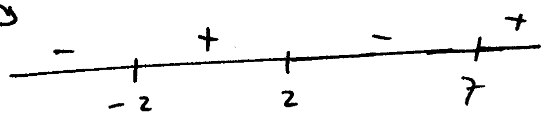
Así, la ecuación será $\boxed{y = x-1}$

x	función	Asíntota
10	8'9	9
100	98'99	99
-10	-10'88	-11
-100	-100'98	-101

Para averiguar por dónde se acerca,



5) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-7}{x^2-4}}$ $\qquad \dfrac{x-7}{x^2-4} \geq 0$



Así $D(f) = (-2,2) \cup [7,+\infty)$