La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2018-2019	**Matemáticas 1** *(1º B y C)*		
	3ª Evaluación	Aplicaciones derivadas	13 de mayo de 2019
	NOMBRE:		
ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. **PUNTUACIÓN:** La especificada			

1—Estudia monotonía, extremos, curvatura e inflexión, sin necesidad de estudiar la derivada tercera: **(4 ptos cada apartado)**

a) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

b) $g(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$

2—Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $h(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$ en el punto x=0 **(1 punto)**

3-- Calcula el valor de los coeficientes a y b para que la función f(x) = ax^4+bx^3 tenga un punto de inflexión en el punto P(1, -1) **(1 punto)**

① $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

$$f'(x) = \frac{2x\cdot x-(x^2+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2x\cdot x^2-(x^2-1)2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

Monotonía:

$x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$

$x^2=0 \rightarrow x=0$

	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
f'	$+$		$-$	$\bullet$	$-$		$+$
	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

f creciente en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

f decreciente en $(-1,0)\cup(0,1)$

Candidatos a extremos $\{-1,1\}$

Curvatura:

$x^3=0 \Rightarrow x=0$

	$(-\infty,0)$	0	$(0,+\infty)$
f''	$-$	$\bullet$	$+$
	$\cap$		$\cup$

f cóncava en $(-\infty,0)$

f convexa en $(0,+\infty)$

No hay inflexión (0 no está en el dominio)

$f''(-1)<0 \Rightarrow$ Máximo en $(-1,-2)$

$f''(1)>0 \Rightarrow$ Mínimo en $(1,2)$

---

② $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$

$$g'(x) = \frac{x^2-(x-1)\cdot 2x}{x^4} = \frac{-x^2+2x}{x^4} = \frac{-x+2}{x^3}$$

$$g''(x) = \frac{-x^3-(-x+2)3x^2}{x^6} = \frac{-x-3(-x+2)}{x^4} = \frac{2x-6}{x^4}$$

Monotonía:

$-x+2=0 \Rightarrow x=2$

$x^3=0 \Rightarrow x=0$

	$(-\infty,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
g'	$-$	$\bullet$	$+$		$-$
	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

g creciente en $(0,2)$

g decreciente en $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

Candidato extremo $x=2$

Curvatura:

$2x-6=0 \Rightarrow x=3$

$x^4=0 \Rightarrow x=0$

	$(-\infty,0)$	0	$(0,3)$	3	$(3,+\infty)$
g''	$-$	$\bullet$	$-$		$+$
	$\cap$		$\cap$		$\cup$

g cóncava en $(-\infty,0)\cup(0,3)$

g convexa en $(3,+\infty)$

Inflexión en $(3,\frac{2}{9})$ (Cambia de curvatura y está en el dominio)

$g''(2)<0 \Rightarrow$

Máximo en $(2,\frac{1}{4})$

(2) $h(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

Recta tangente

Pendiente de la recta tangente.

$$h'(x) = \frac{x-3-(x+1)}{(x-3)^2} = \frac{-4}{(x-3)^2} \Rightarrow h'(0) = \frac{-4}{9} = m_t$$

Sabemos que pasa por $(0, -\frac{1}{3})$, luego:

$$-\frac{1}{3} = -\frac{4}{9} \cdot 0 + n \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$$

$\boxed{y_t = \frac{-4}{9}x - \frac{1}{3}}$ → Ecuación recta tangente.

Recta normal

$$m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{9}{4}$$

Sabemos que pasa por $(0, -\frac{1}{3}) \Rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \cdot 0 + n \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$

Así $\boxed{y_N = \frac{9}{4}x - \frac{1}{3}}$ → Ecuación recta normal.

---

(3) $f(x) = ax^4 + bx^3$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx$

Como tiene un punto de inflexión en $x = 1 \Rightarrow f''(1) = 0$:

$\boxed{12a + 6b = 0}$ → 1ª ecuación.

Por otro lado, sabemos que $f(1) = -1$:

$\boxed{-1 = a + b}$ → 2ª ecuación:

$$12a + 6b = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2a + b = 0 \\ a + b = -1 \end{array}\right\}$$

Resolviendo las 2 ecuaciones: $\boxed{a = 1}$

$$\boxed{b = -1 - a = -2}$$

$f'''(x) = 24ax + 6b = 24x - 12$; $f'''(1) = 12 \neq 0 \Rightarrow$ Pto inflexión.