 Departamento de Ciencias Curso 2018-2019	Matemáticas 1 (1º B y C)		
	3ª Evaluación	Aplicaciones derivadas	13 de mayo de 2019
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Estudia monotonía, extremos, curvatura e inflexión, sin necesidad de estudiar la derivada tercera: **(4 pts cada apartado)**

a) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

b) $g(x) = \frac{x - 1}{x^2}$

2—Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $h(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$ en el punto $x = 0$

(1 punto)

3-- Calcula el valor de los coeficientes a y b para que la función $f(x) = ax^4 + bx^3$ tenga un punto de inflexión en el punto P(1, -1) **(1 punto)**

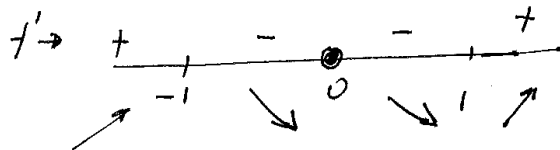
① $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

$f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$

$f''(x) = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2-1)2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$

Monotonía:

$x^2-1=0 \rightarrow x \geq 1$
 $x^2=0 \rightarrow x=0$



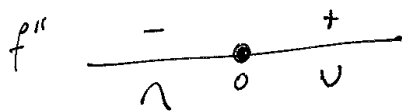
f creciente en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

f decreciente en $(-1, 0) \cup (0, 1)$

Candidatos a extremos $x = -1, 1$

Curvatura:

$x^3=0 \Rightarrow x=0$



f cóncava en $(-\infty, 0)$

f convexa en $(0, +\infty)$

$f''(-1) < 0 \Rightarrow$ Máximo en $(-1, -2)$

$f''(1) > 0 \Rightarrow$ Mínimo en $(1, 2)$

No hay inflexión (o no está en el dominio)

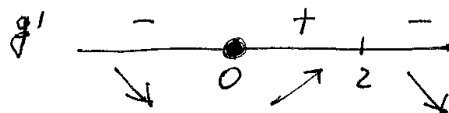
② $g(x) = \frac{x-1}{x^2}$

$g'(x) = \frac{x^2 - (x-1) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-x^2 + 2x}{x^4} = \frac{-x+2}{x^3}$

$g''(x) = \frac{-x^3 - (-x+2)3x^2}{x^6} = \frac{-x-3(-x+2)}{x^4} = \frac{2x-6}{x^4}$

Monotonía:

$-x+2=0 \Rightarrow x=2$
 $x^3=0 \Rightarrow x=0$



f creciente en $(0, 2)$

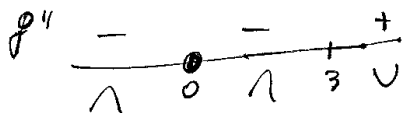
f decreciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

Candidato extremo $x=2$

Curvatura:

$2x-6=0 \Rightarrow x=3$

$x^4=0 \Rightarrow x=0$



f cóncava en $(-\infty, 0) \cup (0, 3)$

f convexa en $(3, +\infty)$

Inflexión en $(3, \frac{2}{9})$ (cambia de curvatura y está en el dominio)

$g''(2) < 0 \Rightarrow$

Máximo en $(2, \frac{1}{4})$

(2) $h(x) = \frac{x+1}{x-3}$ Recta tangente. Pendiente de la recta tangente.

$$h'(x) = \frac{x-3-(x+1)}{(x-3)^2} = \frac{-4}{(x-3)^2} \Rightarrow h'(0) = \frac{-4}{9} = m_t$$

Sabemos que pasa por $(0, -\frac{1}{3})$, luego:

$$-\frac{1}{3} = -\frac{4}{9} \cdot 0 + n \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$$

$$\boxed{y_t = -\frac{4}{9}x - \frac{1}{3}} \rightarrow \text{Ecuación recta tangente.}$$

$$\boxed{\text{Recta normal}}$$

$$m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{9}{4}$$

Sabemos que pasa por $(0, -\frac{1}{3}) \Rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \cdot 0 + n \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$

Así: $\boxed{y_n = \frac{9}{4}x - \frac{1}{3}} \rightarrow \text{Ecuación recta normal.}$

(3) $f(x) = ax^4 + bx^3$ Como tiene un punto de inflexión
 $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2$ en $x=1 \Rightarrow f''(1) = 0$:
 $f''(x) = 12ax^2 + 6bx$ $\boxed{12a + 6b = 0} \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ ecuación.}$

Por otro lado, sabemos que $f(1) = -1$:

$$\boxed{-1 = a + b} \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ ecuación:}$$

$$12a + 6b = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Restando las 2 ecuaciones:} \\ \boxed{a = 1} \end{array} \right.$$

$$\boxed{b = -1 - a = -2}$$

$$f'''(x) = 24ax + 6b = 24x - 12; \quad f'''(1) = 12 \neq 0 \Rightarrow \text{Pto inflexión.}$$