

 <p>Departamento de Ciencias Curso 2018-2019</p>	<b>Matemáticas 1 (1° B y C)</b>	
	3ª Evaluación	derivadas
	24 de abril de 2019	
NOMBRE:		
<p><b>ACLARACIONES PREVIAS:</b> No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p><b>PUNTUACIÓN:</b></p>		

1—Calcula la función derivada de las siguientes funciones ( 1 punto cada una):

a)  $f(x) = \operatorname{sen}^2 x + e^{\tan x}$

b)  $g(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - 1}}$

c)  $h(x) = \arctan \frac{x+1}{1-x}$

d)  $i(x) = \log \frac{x^2}{x-3}$

e)  $j(x) = e^{3x} \operatorname{sec} x$

f)  $k(x) = \cos^2 \sqrt{3x}$

3—Calcula las dos primeras derivadas de las funciones: (2 pts cada apartado)

g)  $l(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

h)  $m(x) = \frac{x-1}{x^2}$

$$a) (\sec^2 x + e^{\tan x})' = (\sec^2 x)' + (e^{\tan x})' = \boxed{2 \sec x \cos x + e^{\tan x} \sec^2 x}$$

$$\begin{aligned} (\sec^2 x)' &= 2 \sec x \cos x \\ (e^{\tan x})' &= e^{\tan x} \cdot \sec^2 x \end{aligned}$$

$$b) \left( \sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}} \right)' = \frac{\left( \frac{x^2}{x^2-1} \right)'}{2 \sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}}} = \frac{\frac{-2x}{(x^2-1)^2}}{2 \sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}}} = \frac{-x}{(x^2-1)^2 \sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}}}$$

$$\left( \frac{x^2}{x^2-1} \right)' = \frac{2x(x^2-1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$$

$$\frac{-x \sqrt{x^2-1}}{(x^2-1)^2 \sqrt{x^2}} = \boxed{\frac{-\sqrt{x^2-1}}{(x^2-1)^2}}$$

$$c) \left( \arctan \frac{x+1}{1-x} \right)' = \frac{1}{1 + \left( \frac{x+1}{1-x} \right)^2} \cdot \left( \frac{x+1}{1-x} \right)' = \frac{1}{1 + \left( \frac{x+1}{1-x} \right)^2} \cdot \frac{2}{(1-x)^2} =$$

$$\left( \frac{x+1}{1-x} \right)' = \frac{1-x + (x+1)}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{2}{(1-x)^2 + (x+1)^2} = \frac{2}{1 + x^2 - 2x + x^2 + 1 + 2x}$$

$$= \frac{2}{2x^2 + 2} = \boxed{\frac{1}{x^2 + 1}}$$

$$d) \left( \log \frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{1}{\ln 10 \cdot \left( \frac{x^2}{x-3} \right)} \cdot \left( \frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{1}{\ln 10 \cdot \frac{x^2}{x-3}} \cdot \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2} =$$

$$\left( \frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{2x(x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2}$$

$$\frac{x^2 - 6x}{x^2 \cdot (x-3) \cdot \ln 10} = \boxed{\frac{x-6}{(x^2-3x) \ln 10}}$$

$$e) (e^{3x} \sec x)' = \left( \frac{e^{3x}}{\cos x} \right)' = \boxed{\frac{3e^{3x} \cos x + e^{3x} \sec x}{\cos^2 x}}$$

$$\left. \begin{aligned} (e^{3x})' &= 3e^{3x} \\ (\cos x)' &= -\sec x \end{aligned} \right\}$$

$$f) (\cos^2 \sqrt{3x})' = 2 \cos \sqrt{3x} \cdot (\cos \sqrt{3x})' = \cancel{2} \cos \sqrt{3x} \cdot (-\sec \sqrt{3x}) \cdot \cancel{3}$$

$$\left. \begin{aligned} (\cos \sqrt{3x})' &= -\sec \sqrt{3x} \cdot (\sqrt{3x})' = \frac{-\sec \sqrt{3x} \cdot 3}{2\sqrt{3x}} \\ (\sqrt{3x})' &= \frac{1}{2\sqrt{3x}} \cdot 3 = \frac{3}{2\sqrt{3x}} \end{aligned} \right\}$$

$$\boxed{\frac{-3 \sec \sqrt{3x} \cos \sqrt{3x}}{\sqrt{3x}}}$$

$$g) \left( \frac{x}{x^2-1} \right)' = \frac{x^2-1-x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \boxed{\frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}}$$

$$\left( \frac{x}{x^2-1} \right)'' = \frac{-2x(x^2-1)^2 - (-x^2-1) \cdot 2(x^2-1) \cdot 2x}{(x^2-1)^4} = \frac{-2x(x^2-1) + (x^2+1) \cdot 4x}{(x^2-1)^3}$$

$$\frac{-2x^3+2x+4x^3+4x}{(x^2-1)^3} = \boxed{\frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}}$$

$$h) \left( \frac{x-1}{x^2} \right)' = \frac{x^2-(x-1)2x}{x^4} = \frac{-x^2+2x}{x^4} = \boxed{\frac{-x+2}{x^3}}$$

$$\left( \frac{x-1}{x^2} \right)'' = \frac{-x^3 - (-x+2)3x^2}{x^6} = \frac{-x^3+3x^3-6x^2}{x^6} = \frac{+2x^3-6x^2}{x^6} = \frac{+2x-6}{x^4}$$